UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CONTADURÍA Y ADMINISTRACIÓN

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES

EJERCICIOS DE MÉTODO GRÁFICO

Materia: Matemáticas VI

Ciudad Universitaria a 2 de Junio del 2014

Método Gráfico.

"Método Gráfico"

PROBLEMA No. 1[1]

Una firma industrial elabora dos productos en los cuales intervienen cuatro componentes en cada uno.

Existe una determinada disponibilidad de cada componente y una utilidad por cada producto.

Con respecto a la disponibilidad se tiene:

15,000.00 Kg. Del componente A.
10,000.00 Kg. Del componente B.
12,000.00 Kg. Del componente C.
10,000.00 Kg. Del componente D.

La utilidad del producto 1 esperada es de $400.00 por unidad y para el producto 2 es de $300.00

La disponibilidad de cada componente para los productos es la siguiente:

1 kg. del componente A para el producto 1.
3 kg. del componente A para el producto 2.
2 kg. del componente B para el producto 1.
1 kg. del componente B para el producto 2.
2 kg. del componente C para el producto 1.
2 kg. del componente C para el producto 2.
1 kg. del componente D para el producto 1.
1 kg. del componente D para el producto 2.

Determinar el modelo de programación que permita maximizar las utilidades de los productos que elabora la firma industrial.

[1] Problema extraído de M.A.E. Arturo Camacho Quiroz. *Principios de Investigación de Operaciones para Contaduría y Administración*, Editorial ECAFSA; México, 1997. Páginas 24-30.

Solución al Problema No. 1

Solución del Problema:

Maximización de utilidades de dos productos que elabora la firma industrial.

Eventos:

X1 = {X | X es la cantidad a producir de P1}=A1 $400.00
X2 = {X | X es la cantidad a producir de P2}=A2 $300.00

Interpretando las restricciones en un arreglo matricial se tiene.

Producto / Componente	(X1) P1	(X2) P2	Disponible
A	1	3	15,000 kg.
B	2	1	10,000 kg.
C	2	2	12,000 kg.
D	1	1	10,000 kg.

Determinando el modelo que maximice las utilidades

Z máx. = 400 X1 + 300 X2

Sujeto a:

Componente A) X1 + 3X2 < 15,000
Componente B) 2X1 + X2 < 10,000
Componente C) 2X1 + 2X2 < 12,000
Componente D) X1 + X2 < 10,000

Donde: X1, X2 >= 0

Obteniendo los puntos de corte

Restricción del componente A

Sí: X1 = 0

$\cancel{X1} + 3X2 = 15,000$

$3X2 = 15,000$ **A (0, 5,000)**

$X2 = \frac{15,000}{3}$

$X2 = 5,000$

Sí: X2 = 0

$X1 + \cancel{3X2} = 15,000$ **A (15,000, 0)**

$X1 = 15,000$

Restricciones componente B

Sí: X1 = 0

$2\cancel{X1} + X2 = 10,000$

$X2 = 10,000$ **B (0, 10,000)**

Sí: X2 = 0

$2X1 + \cancel{X2} = 10,000$

$2X1 = 10,000$ **B (5,000, 0)**

$X1 = \frac{10,000}{2}$

$X1 = 5,000$

Restricciones componente C

Sí: $X1 = 0$

$$\cancel{2X1} + 2X2 = 12{,}000$$
$$2\,X2 = 12{,}000$$
$$X2 = \frac{12{,}000}{2}$$
$$X2 = 6{,}000$$

C (0, 6,000)

Sí: $X2 = 0$

$$2X1 + \cancel{2X2} = 12{,}000$$
$$2X1 = 12{,}000$$
$$X1 = \frac{12{,}000}{2}$$
$$X1 = 6{,}000$$

C (6,000, 0)

Restricciones componente D

Sí: $X1 = 0$

$$\cancel{X1} + X2 = 10{,}000$$
$$X2 = 10{,}000$$

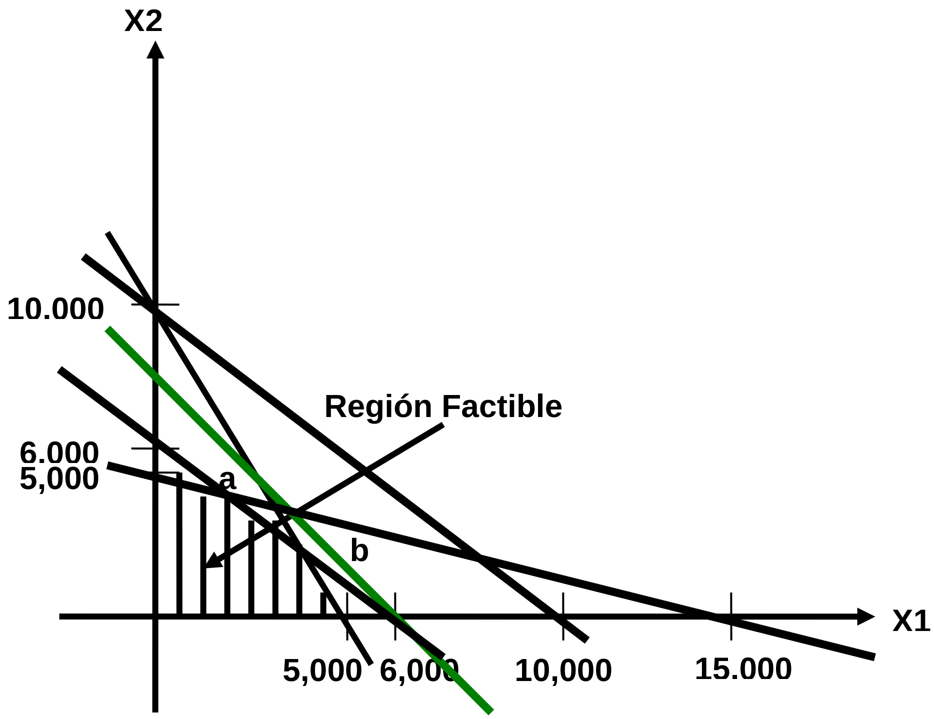
D (0, 10,000)

Sí: $X2 = 0$

$$X1 + \cancel{X2} = 10{,}000$$
$$X1 = 10{,}000$$

D (10,000, 0)

Una vez determinados los puntos de corte, entonces se procede a representarlos en un **Diagrama Cartesiano;** el cual se muestra en la **"Figura 1"** como sigue:



Obteniendo el punto a

A) $X1 + 3X2 < 15,000$

C) $2X1 + 2X2 < 12,000$

Multiplicando inecuaciones de

A (-2)

A $-2X1 - 6X2 = -30,000$

C) $2x1 + 2X2 = 12,000$

$$-4X2 = -18{,}000$$

$$-X2 = \frac{-18{,}000}{4}$$

$$X2 = 4{,}500$$

$$X1 + 3X2 = 15{,}000$$

$$X1 = 15{,}000 - 3X2$$

$$X1 = 15{,}000 - 3\ (4{,}500)$$

$$X1 = 15{,}000 - 13{,}500$$

$$X1 = 1{,}500$$

Punto b (1,500, 4,500)

Obteniendo el punto b

$$B\ )\quad 2X1 + X2 < 10{,}000$$

$$C\ )\quad 2X1 + 2X2 < 12{,}000$$

Multiplicando inecuaciones de

$$B\ (-1)$$

$$\begin{array}{lrcl} B & -2X1 - 6\ X2 & = & -10{,}000 \\ C) & 2X1 + 2x2 & = & 12{,}000 \\ \hline & X2 & = & 2{,}000 \end{array}$$

$$X2 = 2{,}000$$

$$2X1 + X2 = 10{,}000$$

$$2X1 = 10{,}000 - X2$$

$$X1 = \frac{10{,}000 - X2}{2}$$

$$X1 = \frac{10{,}000 - 2{,}000}{2}$$

$$X1 = \frac{8{,}000}{2}$$

$$X1 = 4{,}000$$

Punto b (4,000, 2,000)

Como se puede apreciar los puntos **o, A, a, b y D;** se evaluaron; porque forman parte de la **"Región Factible"**.

Evaluación de cada uno de los vértices factibles.

Vértices	Zmax 400X1+300X2	Componente A X1+3X2<15000	Componente B 2X1+X2<10000	Componente C 2X1+2X2<112000	Componente D X1+X2<10000
O(0,0)	Z max 0	0<15000	0<10000	0<112000	0<10000
A(0,5000)	Z max 1500000	15000≤15000	5000<10000	10000<12000	5000<10000
a(1500,4500)	Z max 1950000	15000≤15000	7500<10000	12000≤12000	6000<10000
b(4000,2000)	Z max 2200000	10000<15000	10000≤10000	12000≤12000	6000<10000
D(6000,0)	Zmax 2400000	6000<15000	12000<10000	12000≤12000	6000<10000

Por lo tanto el **"Punto Óptimo"** que maximiza la Utilidad es el **Punto D(6,000, 0)**; el cual da como resultado una Utilidad de $ 2,400,000.00.

Para poder trazar esta **Función de Utilidad;** en la **"Figura 1"** se necesitan obtener los **"Puntos de Corte"** de esta; resultando:

Restricción de la Función Objetivo

Sí: $X1 = 0$

$$400\cancel{X1} + 300X2 = 2{,}400{,}000$$

$$300X2 = 2{,}400{,}000$$

$$X2 = \frac{2{,}400{,}000}{300}$$

$$X2 = 8{,}000$$

Z (0, 8,000)

Sí: $X2 = 0$

$$400X1 + 300\cancel{X2} = 2{,}400{,}000$$

Z (6,000, 0)

$$400X1 = 2{,}400{,}000$$

$$X1 = \frac{2{,}400{,}000}{400}$$

$$X2 = 6{,}000$$

Finalmente se puede establecer como conclusión, que la firma necesita producir **6,000 unidades del Producto 1**; y **ninguna del Producto 2**; y esta combinación le proporciona una **Utilidad Máxima de $ 2,400,000.00.**

PROBLEMA NO. 2[2]

Una empresa fabrica dos productos A y B.

Los productos emplean las mismas instalaciones de fabricación y maquinado, pero se ensambla por separado:

El producto A requiere de:
30 minutos para su fabricación.
48 minutos para maquinado.
70 minutos para ensamble.

El producto B requiere de:
24 minutos para fabricación.
60 minutos para maquilado.
90 minutos para ensamble.

Las horas disponibles para los procesos son:

Fabricación	1000 horas
Maquinado	2400 horas
Ensamblado A	4125 horas
Ensamblado B	3450 horas

La producción de A genera una utilidad de $5,000.00 por unidad.
La producción de B genera una utilidad de $7,500.00 por unidad.

Determine el modelo de programación que permita maximizar las utilidades. Así como la Utilidad Máxima obtenida.

[2] Problema propuesto extraído de M.A.E. Arturo Camacho Quiroz. *Principios de Investigación de Operaciones para Contaduría y Administración*, Editorial ECAFSA; México, 1997. Página 90.

Solución al Problema No. 2

Solución del Problema:

Problema: Maximización de utilidades de un negocio en productividad de servicios.

Eventos:

X1 ={X | X es la cantidad a producir de A}=A1 $5,000.00
X2 ={X | X es la cantidad a producir de B}=A2 $7,500.00

Interpretando las restricciones en u arreglo material se tiene.

Producto procesos	(X1) A	(X2) B	Disponible
Fabricación	0.5	0.4	1,000
Maquinado	0.8	1	2,400
Ensamble A	1.16		4,125
Ensamble B		1.5	3,450

Determinando el modelo que maximice las utilidades

$$Z\ max = 5{,}000X1 + 7{,}500X2$$

Sujeto a:

Fabricación) $0.5X1 + 0.4X2 < 1{,}000$
Maquinado) $0.8X1 + X2 < 2{,}400$
Ensamble A) $1.16X1 + X2 < 4{,}125$
Ensamble B) $X1 + 1.5\ X2 < 3{,}450$

Donde: X1, X2 >= 0

Obteniendo los puntos de corte.

Fabricación:

S1 X1 = 0

$$\cancel{0.5X1} + 4X2 = 1{,}000$$

$$4X2 = 1{,}000 \qquad (\ 0,\ \ 2500\ )$$

$$X2 = \frac{1{,}000}{4}$$

$$X2 = 2{,}500$$

S1 X2 = 0

$$0.5X1 + \cancel{0.4X2} = 1{,}000$$

$$0.5X1 = 1{,}000 \qquad (\ 2000,\ \ 0\ )$$

$$X1 = \frac{1{,}000}{0.5}$$

$$X1 = 2{,}000$$

Maquinado:

S1 X1 = 0

$$\cancel{0.8\ X1} + X2 = 2{,}400$$

$$X2 = 2{,}400 \qquad (\ 0,\ \ 2400\ )$$

S1 X2 = 0

$$0.8\ X1 + \cancel{X2} = 2{,}400$$

$$0.8X1 = 2{,}400 \qquad (\ 3000,\ \ 0\ )$$

$$X1 = \frac{2{,}400}{0.8}$$

$$X2 = 3{,}000$$

Ensamble A:

$$1.16X1 = 4{,}125$$

$$1.16X1 = 4{,}125 \qquad \textbf{(3556, 0)}$$

$$X1 = \frac{4{,}125}{1.16}$$

$$X1 = 3{,}556$$

$$X2 = 0$$

Ensamble B:

$$1.50X2 = 3{,}450$$

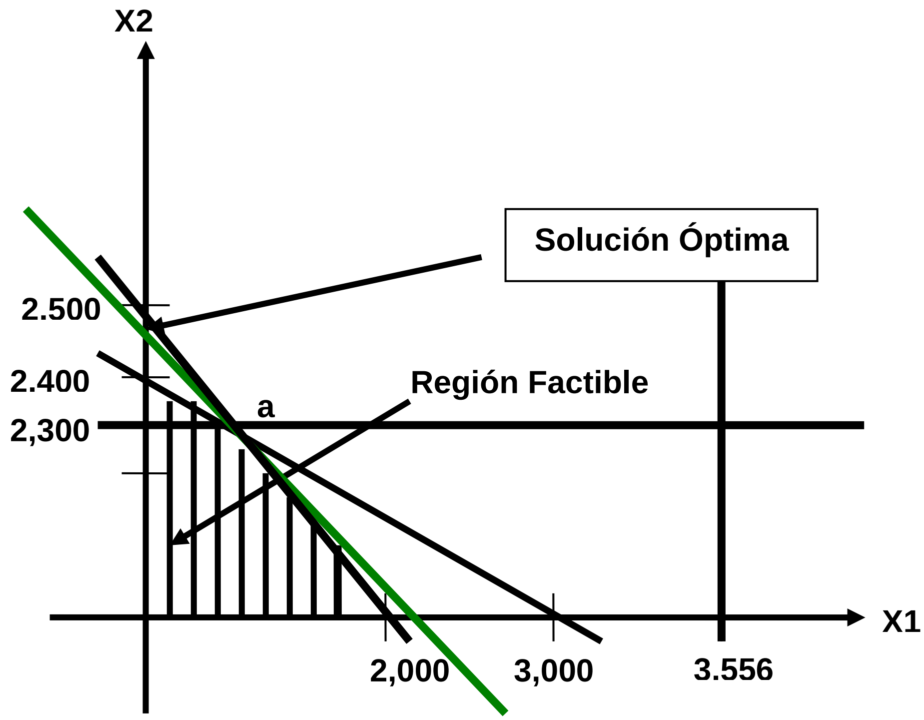
$$1.50X2 = 3{,}450 \qquad \textbf{(0, 2300)}$$

$$X2 = \frac{3{,}450}{1.50}$$

$$X2 = 2{,}300$$

$$X1 = 0$$

Una vez determinados los puntos de corte, entonces se procede a representarlos en un **Diagrama Cartesiano;** el cual se muestra en la **"Figura 1"** como sigue:



“**Figura 1**”

Obteniendo el punto a

$$
\begin{aligned}
0.5X1 + 0.4X2 &= 1{,}000 \\
0.8X1 + \quad X2 &= 2{,}400
\end{aligned}
$$

$$
\begin{array}{lrcr}
 & 0.5X1 + \cancel{0.4X2} & = & 1{,}000 \\
- & 0.3X2 + \cancel{0.4X2} & = & -960 \\
\hline
 & 0.18x1 + \quad & = & -40
\end{array}
$$

$$
X1 = \frac{40}{0.18}
$$

$$
X1 = 222.22
$$

Sustituyendo X1

$$0.50\ (222.22) + 0.4X2 = 1{,}000$$

$$\begin{aligned}
111.11 + 0.4X2 &= 1{,}000 \\
0.4X2 &= 1{,}000 \\
0.4X2 &= 1{,}000 - 111.11 \\
X2 &= \frac{888.84}{0.4} \\
X2 &= 2{,}222.10
\end{aligned}$$

Como se puede apreciar el punto **A**; se evalúo; porque forman parte de la “**Región Factible**”.

Evaluación de cada uno de los vértices factibles.

Vértices	Zmax 5000X1 + 7500X2	fabricación .5X1+.4X2<1000	maquinado .8X1+X2<2400	Ensamble A 1.16X1 < 4125	Ensamble B 1.5X2 < 3450
0(0,0)	Z max 0	0<1000	0< 2400	0< 4125	0< 3450
A(222,222.22)	Z max 17777787.5	1000≤1000	2400≤2400	257.77<4125	3333.33<3450
B(0,2300)	Z max 1750000	920 < 1000	2300<2400	0 < 4125	3450 ≤ 3450
C(0,2400)	Z max 18000000	960<1000	2400≤2400	0<4125	3600>3450
D(0,2500)	Z max 18750000	1000≤1000	2500<2400	0<4125	3750>3450
e(2000,0)	Z max 10000	1000≤1000	1600<2400	2320<4125	0<3450
f(3000,0)	Z max 15000000	1500<1000	2400≤2400	3480<4215	0<3450
g(3556,0)	Z max 17780000	1778<15000	2844.8>2400	4125≤4125	0<3450

Obteniendo Z max

Si X1 = 0

17,777.788 = 5,000X1 + 7,500X2

$$X2 = \frac{17,777,788}{7,500} \qquad (\ 0,\ \ 2370.77\ )$$

X2 = 2,370.77

Si X2 = 0

17,777.788 = 5,000X1 + 7,500X2

$$X1 = \frac{17,777,788}{5,000} \qquad (3,555,55, \ 0)$$

X1 = 3,555,55

Finalmente se puede establecer como conclusión, que la firma necesita producir **2,500 unidades del Producto 2**; y **ninguna del Producto 1**; y esta combinación le proporciona una **Utilidad Máxima de $ 18,750,000.00.**